

Haliç Üniversitesi, Uygulamalı Matematik Bölümü
Math 103 Lineer Cebir Dersi Ara Sınavı

19 Kasım 2007

Hazırlayan: Yamaç Pehlivan

Başlama saati:	13:10
Bitiş Saati:	14:50
Toplam Süre:	100 Dakika

Lütfen adınızı ve soyadınızı aşağıdaki kutuya yazınız, verilen bilgileri dikkatle okuyunuz ve size söylendiğinde bu sayfayı çevirerek sınava başlayınız.

Adınız Soyadınız			
İmzanız		Kod	

1. Bu sınav iki kısımdan ve toplam 15 sorudan oluşmaktadır ve 7 sayfa uzunluğundadır. Lütfen soruları çözmeye başlamadan önce bunu kontrol ediniz.
2. İlk kısımda her biri 5 puan değerinde 10 adet test sorusu bulunmaktadır. Bu soruların yanıtlarını 4. sayfada cevaplar için ayrılmış bölüme yazınız. Bu kısımdaki bir sorudan puan alabilmeniz için yanıtınızı açık ve okunaklı bir biçimde cevap bölümüne yazmanız gerekmektedir. Soru üzerinde işaretlenmiş bir yanıt veya sorunun kenarına yazılmış bilgiler değerlendirilmeyecektir. Bu kısmın toplam değeri 50 puandır.
3. İkinci kısımda her biri 10 puandan oluşan 5 soru bulunmaktadır. Bu soruların yanıtlarını sorunun altında boş bırakılan kısma yazınız. Yanıtınız için ek kağıt kullanmanıza izin verilmeyecektir. Eğer yanıtınız bu boşluğa sığmayacak kadar uzunsa büyük ihtimalle doğru yolda değilsiniz demektir.
4. Bu sınavda hesap makinesi kullanmanızı gerektirecek bir soru yoktur. Öte yandan isteyen öğrenciler sınavda hesap makinesi bulundurabilirler. Ancak cep telefonunuzu sınavda kullanamazsınız.
5. Sınavın ilk 15 dakikasında ve son 10 dakikasında sınıftan kimsenin çıkmasına izin verilmeyecektir.
6. Sınav süresi sona erdiğinde lütfen bu kitapçığı görevli kişiye teslim ediniz. Sınav soruları çözümleri ile birlikte sınavın bitiminde öğrencilere dağıtılacaktır.
7. Lütfen sınav sırasında diğer öğrencilerin dikkatini dağıtabilecek davranışlardan kaçınınız.

BİRİNCİ KISIM

Bu kısımda her biri 5 puan değerinde 10 adet test sorusu bulunmaktadır. Bu soruların yanıtlarını 4. sayfada cevaplar için ayrılan bölüme yazınız.

1. Aşağıdaki işlemlerden hangisi bir denklem sistemini ona denk olan başka bir denklem sistemine götürmez?
- Bir denklemin sağ tarafına bir sayı eklemek.
 - İki denklemin yerini değiştirmek.
 - Bir denklemi sıfırdan farklı bir sayıyla çarpmak.
 - İki denklemi toplayarak bu denklemlerden birini yeni elde edilen denklem ile değiştirmek.
 - Hiçbiri.

2. Aşağıdakilerden hangisi satırca indirgenmiş eşelon formunda değildir?

a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3. Varsayalım ki x, y, z gibi 3 bilinmeyen ve 3 denklemden oluşan bir sistemi elemanter satır işlemlerini kullanarak şöyle bir eşelon forma soktunuz:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Bu denklem sistemi hakkında aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- Sistemin çözümü yoktur.
- Sistemin çözümü $x = 3t - 6$, $y = 2 - t$, $z = t$ şeklindedir.
- Sistemin çözümü $x = -3$, $y = 2 - t$, $z = t$ şeklindedir.
- Sistemin çözümü $x = 3$, $y = z = 2$ şeklindedir.
- Sistemin çözümü $x = -3t$, $y = t$, $z = 2$ şeklindedir.

4. A matrisi $A^{-1} = A^T$ özelliğini sağlayan bir matris olsun. $(2A)^{-1}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- a) $(2A)^T$ b) $2A^T$ c) $\frac{1}{2}(A^{-1})^T$ d) $\frac{1}{2}A^T$ e) Hiçbiri.
-

5. Aşağıdaki matrislerden hangisinin tersi vardır?

- a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
-

6. Bir V vektör uzayını ele alalım. Aşağıdakilerden hangisi, V 'nin bir alt-uzayının sağlaması gerekli özelliklerden değildir.

- a) Toplama işlemine göre kapalı olması.
b) Sayı ile çarpmaya göre kapalı olması.
c) Bütün elemanlarının lineer olarak bağımsız olması.
d) Toplamaya göre etkisiz elemanı içermesi.
e) Her elemanının toplamaya göre tersini de içermesi.
-

7. Aşağıdakilerden hangisi \mathbb{R}^2 uzayının bir alt vektör uzayı değildir?

- a) $\begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}$ şeklindeki vektörler. b) $\begin{pmatrix} 0 \\ a \end{pmatrix}$ şeklindeki vektörler.
c) $\begin{pmatrix} 3a \\ 2a \end{pmatrix}$ şeklindeki vektörler. d) $\begin{pmatrix} a \\ a+1 \end{pmatrix}$ şeklindeki vektörler.
e) $\begin{pmatrix} a \\ 2a \end{pmatrix}$ şeklindeki vektörler.

İKİNCİ KISIM

Bu kısımda her biri 10 puan değerinde 5 adet soru bulunmaktadır. Şıklı olmayan sorularda kısmi puan verilmeyecektir. Şıklı sorularda ise kısmi puan şıkların başlarında belirtildiği şekilde verilecektir. Bu soruların yanıtlarını sorunun altında boş bırakılan kısma yazınız. Yanıtınız için ek kağıt kullanmanıza izin verilmeyecektir. Eğer yanıtınız bu boşluğa sığmayacak kadar uzunsa büyük ihtimalle doğru yolda değilsiniz demektir.

11. Aşağıdaki denklem sistemini gözönüne alalım:

$$x + y = 5$$

$$x - y = 3$$

- a) (3 puan) Bu denklem sisteminin ilaveli matrisini yazınız.
- b) (4 puan) Bu ilaveli matrisi *indirgenmiş eşelon* formuna getiriniz. Burada yaptığınız satır işlemlerini *açıkça* belirtiniz. Hatırlatma: Bir matrisin indirgenmiş eşelon formunda pivot elemanların üzerinde kalan elemanlar da sıfır olmalıdır.
- c) (3 puan) Matrisin indirgenmiş eşelon formundan denklem sistemini çözümünü yazınız.

12. Aşağıda verilen A ve B matrislerini öyle bir şekilde blok matrislere ayırınız ki, AB çarpım işlemi, birlikte çalışan 2 bilgisayarın aynı anda yapabileceği 2 matris çarpımına ayrılsın. Matrisleri çarpmayınız. Sadece blok matrisleri belirtiniz.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -9 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 0 & 4 \\ 7 & 1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$$

13. Derecesi iki veya ikiden küçük olan $at^2 + bt + c$ şeklindeki polinomların kümesi, standart polinom işlemlerine göre bir vektör uzayıdır. Bu uzayda verilen

$$p_1(t) = t^2 + t \quad p_2(t) = 1$$

polinomlarını gözönüne alalım. Bu polinomlar P_2 uzayını gerer mi? Yanıtınızı *germe kavramının tanımını kullanarak ve/veya karşıt örnekler vererek* açıklayınız.

14. $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ vektörleri lineer olarak bağımlı mıdır bağımsız mıdır? Yanıtınızın nedenini, *lineer bağımsızlığın formal tanımını kullanarak* açıklayınız.

15. 2×2 matrislerin uzayı olan M_{22} uzayında

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{ve} \quad M_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

matrislerini ele alalım.

- a) (5 puan) $Sp\{M_1, M_2\}$ içinde olan bir matris yazınız.
b) (5 puan) $Sp\{M_1, M_2\}$ içinde olmayan bir matris yazınız.