

Haliç Üniversitesi, Uygulamalı Matematik Bölümü
Math 103 Lineer Cebir Dersi Ara Sınavı

6 Kasım 2007

Hazırlayan: Yamaç Pehlivan

Başlama saati:	13:00
Bitiş Saati:	14:00
Toplam Süre:	60 Dakika

Lütfen adınızı ve soyadınızı aşağıdaki kutuya yazınız, verilen bilgileri dikkatle okuyunuz ve size söylendiğinde sayfayı çevirip sınava başlayınız.

Adınız Soyadınız	
İmzanız	

1. Bu sınav iki kısımdan ve toplam 15 sorudan oluşmaktadır.
2. İlk kısımda her biri 5 puan değerinde 10 adet test sorusu bulunmaktadır. Bu soruların yanıtlarını 4. sayfadaki cevap anahtarına yazınız. Bu kısımdaki bir sorudan puan alabilmeniz için yanıtınızı açık ve okunaklı bir biçimde cevap anahtarına yazmanız gerekmektedir. Soru üzerinde işaretlenmiş bir yanıt veya sorunun kenarına yazılmış bilgiler değerlendirilmeyecektir. Bu kısmın toplam değeri 50 puandır.
3. İkinci kısımda her biri 10 puandan oluşan 5 soru bulunmaktadır. Bu soruların yanıtlarını sorunun altında boş bırakılan kısma yazınız. Yanıtınız için ek kağıt kullanmanıza izin verilmeyecektir. Eğer yanıtınız bu boşluğa sığmayacak kadar uzunsa büyük ihtimalle doğru yolda değilsiniz demektir.
4. Bu sınavda hesap makinesi kullanmanızı gerektirecek bir soru yoktur. Öte yandan isteyen öğrenciler sınavda hesap makinesi bulundurabilirler. Ancak cep telefonunuzu sınavda kullanamazsınız.
5. Sınavın ilk 15 dakikasında ve son 10 dakikasında sınıftan kimsenin çıkmasına izin verilmeyecektir.
6. Sınav süresi sona erdiğinde lütfen bu kitapçığı görevli kişiye teslim ediniz. Sınav soruları çözümleri ile birlikte sınavın bitiminde öğrencilere dağıtılacaktır.
7. Lütfen sınav sırasında diğer öğrencilerin dikkatini dağıtabilecek davranışlardan kaçınınız.

BİRİNCİ KISIM

Bu kısımda her biri 5 puan değerinde 10 adet test sorusu bulunmaktadır. Bu soruların yanıtlarını 4. sayfadaki cevap anahtarına yazınız.

1. Verilen iki denklem sistemini ele alalım. Bu denklem sistemlerinin denk olduğunu ne zaman söyleriz?

- a) En az bir çözümleri ortak olduğu zaman.
- b) Bütün çözümleri aynı olduğu zaman.
- c) Aynı sayıda çözümleri olduğu zaman.
- d) Her iki sistem de aşikar çözüme sahip olduğunda.
- e) Katsayılar matrisleri aynı olduğu zaman.

2. Aşağıdaki matrislerden hangisi satırca eşelon formda değildir?

- a) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 8 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$
- d) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

3. Varsayalım ki x, y, z gibi 3 bilinmeyen ve 3 denklemden oluşan bir sistemin ilaveli matrisini elemanter satır işlemlerini kullanarak şöyle bir forma soktunuz:

$$\begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Bu denklem sistemi hakkında aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- a) Çözüm $z = 2$, $x = 4y + 2$ ile verilir.
 - b) Çözüm yoktur.
 - c) Çözüm $x = t$, $y = \frac{1}{4}t - \frac{1}{2}$, $z = 2$ ile verilir.
 - d) Matris eşelon formda olmadığı için hiçbir şey söyleyemeyiz.
 - e) Çözüm $x = 1$, $y = -4$, $z = 2$ şeklindedir.
-

4. Eğer $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ ise $(A^2)^{-1}$ aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 8 & -1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
-

5. Aşağıdaki matrisi gözönüne alalım:

$$\begin{pmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ a & 4 & b \end{pmatrix}$$

a ve b 'nin hangi değerleri için bu matrisin tersi yoktur?

- a) $a = 2$ $b = -2$
b) $a = 2$ $b = 2$
c) $a = -2$ $b = -2$
d) $a = 1$ $b = -1$
e) $a = -1$ $b = 1$
-

6. Aşağıdaki kümelerden hangisi, üzerinde tanımlı standart işlemlere göre vektör uzayıdır?

- a) İkinci dereceden polinomların kümesi.
b) Bütün matrislerin kümesi.
c) Düzlemde x -bileşeni sıfırdan büyük olan vektörlerin kümesi.
d) Derecesi iki veya ikiden küçük olan polinomların kümesi.
e) Hiçbiri.
-

7. A matrisi $A^T = -A$ şartını sağlıyorsa onun anti-simetrik bir matris olduğunu söyleriz. 2×2 anti-simetrik matrislerin kümesi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- a) Bütün 2×2 matrislerin oluşturduğu vektör uzayının alt uzayıdır.
b) Alt uzay değildir çünkü toplamanın birim elemanı olan $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ matrisini içermez.
c) Alt uzay değildir çünkü toplama işlemine göre kapalı değildir.
d) Alt uzay değildir çünkü sayı ile çarpma işlemine göre kapalı değildir.
e) Alt uzay değildir çünkü her elemanın tersini içermez.
-

İKİNCİ KISIM

Bu kısımda her biri 10 puan değerinde 5 adet soru bulunmaktadır. Şıklı olmayan sorularda kısmi puan verilmeyecektir. Şıklı sorularda ise kısmi puan şıkların başlarında belirtildiği şekilde verilecektir. Bu soruların yanıtlarını sorunun altında boş bırakılan kısma yazınız. Yanıtınız için ek kağıt kullanmanıza izin verilmeyecektir. Eğer yanıtınız bu boşluğa sığmayacak kadar uzunsa büyük ihtimalle doğru yolda değilsiniz demektir.

11. Aşağıdaki denklem sistemini gözönüne alalım:

$$x + y = 5$$

$$x - y = 3$$

- a) (2 puan) Bu denklem sistemini $AX = B$ şeklinde yazınız.
- b) (4 puan) Katsayılar matrisi A 'nın tersi olan A^{-1} matrisini bulunuz.
- c) (4 puan) $X = A^{-1}B$ matrisini oluşturarak denklem sistemini çözünüz.

12. Aşağıda verilen A ve B matrislerini öyle bir şekilde blok matrislere ayırınız ki, AB çarpım işlemi, birlikte çalışan 2 bilgisayarın aynı anda yapabileceği 2 matris çarpımına ayrılsın. Matrisleri çarpmayınız. Sadece blok matrisleri belirtiniz.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 & 0 \\ -9 & 1 & 0 & -6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 0 & 4 \\ 7 & 1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$$

13. Derecesi iki veya ikiden küçük olan polinomların uzayı, standart polinom işlemlerine göre bir vektör uzayıdır. Bu uzayda verilen

$$p_1(t) = t^2 + t + 1 \quad p_2(t) = 2t - 3$$

polinomlarını gözönüne alalım. Bu polinomlar lineer olarak bağımlı mıdır bağımsız mıdır? Yanıtınızın nedenini, lineer bağımsızlığın tanımını kullanarak açıklayınız.

14. $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $v_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ matrisleri \mathbb{R}^3 uzayını gerer mi? Yanıtınızı germe kavramının tanımını kullanarak ve/veya karşıt örnekler vererek açıklayınız.

15. 2×2 matrislerin uzayı olan M_{22} uzayında

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{ve} \quad M_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

matrislerini ele alalım.

- a) (5 puan) $Sp\{v_1, v_2\}$ içinde olan bir matris yazınız.
b) (5 puan) $Sp\{v_1, v_2\}$ içinde olmayan bir matris yazınız.