Haliç Üniversitesi, Uygulamalı Matematik Bölümü
Math 103 Lineer Cebir Ödev Çözümü
4. Ödevin Çözümü

1. Sorunun Çözümü: Benim seçtiğim vektör şöyle:

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Bu vektörü saatin tersi yönde 10° döndüreceğim. Bu dönme işlemini gerçekleştiren matris

$$D_{10^\circ} = \begin{pmatrix} \cos(10^\circ) & -\sin(10^\circ) \\ \sin(10^\circ) & \cos(10^\circ) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.985 & -0.174 \\ 0.174 & 0.985 \end{pmatrix}$$

Bu dönme işlemi ile elde edeceğim vektör de

$$\vec{r}' = \begin{pmatrix} 0.985 & -0.174 \\ 0.174 & 0.985 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.507 \\ 2.781 \end{pmatrix}$$

olur.

Değerlendirme: Soruda belirtildiği gibi.

2. Sorunun Çözümü: Benim seçtiğim vektör şöyle:

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Bunun x-eksenine göre yansımasını alırsak y bileşeninin işareti değişecektir.

$$\vec{r}' = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Bu işlemin matrisi

$$Y_y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

şeklindedir.

Değerlendirme: Soruda belirtildiği gibi.

3. Sorunun Çözümü: Benim seçtiğim a, b ve c sayıları

$$a = -1 \quad b = 0 \quad c = 1$$

olsun. Bu durumda

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \\ -2 & -6 & 4 \end{pmatrix}$$

olur. Bu dönüşümün çekirdeğini şöyle buluruz:

$$A\vec{r} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \\ -2 & -6 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x + z \\ x + 3y - 2z \\ -2x - 6y + 4z \end{pmatrix}$$

Bunu sıfıra eşitleyerek

$$\begin{aligned} -x + z &= 0 \\ x + 3y - 2z &= 0 \\ -2x - 6y + 4z &= 0 \end{aligned}$$

buluruz. Son iki denklem birbirine lineer bağımlı oldukları için üçüncü denklemi atabiliriz. Geriye kalan iki denklemden bu sistemin çözümü

$$z = t \quad x = t \quad y = \frac{t}{3}$$

olarak bulunur. Yani çekirdek

$$\begin{pmatrix} t \\ t/3 \\ t \end{pmatrix}$$

şeklindeki vektörlerin alt uzayından ibarettir ve bir boyutludur.

Değerlendirme: Soruda belirtildiği gibi.

4. Sorunun Çözümü: Benim seçtiğim matris

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -4 & 3 \\ -2 & -1 & 1 & -1 \\ 3 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

şeklinde olsun. Determinantı hesaplamak için birici sütuna göre kofaktör açılımı yapayım:

$$C_{11} = (-1)^{1+1}\begin{vmatrix} -1 & -4 & 3 \\ -1 & 1 & -1 \\ 3 & 6 & 1 \end{vmatrix} = -26 \qquad C_{21} = (-1)^{2+1}\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 3 & 6 & 1 \end{vmatrix} = 4$$

$$C_{31} = (-1)^{3+1}\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -4 & 3 \\ 3 & 6 & 1 \end{vmatrix} = -6 \qquad C_{41} = (-1)^{4+1}\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -4 & 3 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 8$$

$$\det(A) = 1 \times (-26) + 2 \times 4 + (-2) \times (-6) + 3 \times 8 = 18$$

Değerlendirme: Bu soruda işlem hatasından puan kırılmayacaktır.